

В. Г. Бар'яхтар,  
Ф. Я. Божинова

# ФІЗИКА

## 10 Академічний рівень

Підручник для загальноосвітніх  
навчальних закладів

Рекомендовано  
Міністерством освіти і науки України

ВИДАВНИЦТВО  
**РАНОК**

УДК 371.388:53  
ББК 22.3я721  
Б76

**Підручник виданий за рахунок державних коштів.  
Продаж заборонено**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України  
(наказ Міністерства освіти і науки України від 03.03.2010 р. № 177)

**Рецензент**

*С. В. Каплун*, зав. кафедри методики природн.-мат. освіти  
Харківського обласного науково-методичного інституту безперервної освіти,  
канд. пед. наук, доцент

**Бар'яхтар В. Г.**

Б76 **Фізика. 10 клас. Академічний рівень: Підручник для загальноосвіт. навч. закладів / В. Г. Бар'яхтар, Ф. Я. Божинова.**— Х.: Видавництво «Ранок», 2010.— 256 с.: іл.

ISBN 978-611-540-714-9

Пропонований підручник є складовою частиною навчально-методичного комплексу «Фізика-10», який включає також збірник задач, зошит для лабораторних робіт та комплексний зошит для контролю знань.

Основна мета підручника — сприяти формуванню базових фізичних знань, які достатні для продовження навчання за напрямками, де потрібна відповідна підготовка з фізики.

УДК 371.388:53  
ББК 22.3я721

ISBN 978-611-540-714-9

© В. Г. Бар'яхтар, Ф. Я. Божинова, 2010  
© Н. В. Алімова, іл., 2010  
© ТОВ Видавництво «Ранок», 2010

## Дорогі друзі!

Ви вивчаєте фізику вже четвертий рік. Сподіваємося, ви зуміли оцінити достоїнства цієї дивовижної науки про природу, більш того — намагаєтесь, використовуючи набуті знання, усвідомлювати й пояснювати процеси, що відбуваються навколо.

Цього навчального року на вас знову чекає зустріч з механікою, механічним рухом, але вже на новому, більш високому, рівні. Що пояснюють закони Ньютона і чим класична механіка відрізняється від «релятивістської механіки» Ейнштейна, якої швидкості має набути ракетоносій, щоб вивести супутник на орбіту, та чому супутники обертаються навколо Землі й не губляться в космічному просторі — на ці та інші питання ви отримаєте відповідь протягом навчання.

У процесі вивчення розділу «*Кінематика*» ви згадаєте низку вже знайомих вам понять, пригадаєте відомості про прямолінійний рух та рівномірний рух по колу, а також познайомитеся з такими новими для вас поняттями, як переміщення, прискорення, кутова швидкість тощо.

Умови, за якими тіла змінюють власну швидкість, умови прямолінійного рівномірного руху тіл ви з'ясуєте, вивчаючи розділ «*Динаміка*». Ви згадаєте про сили, що діють на тіло, розглянете різні види сил, дізнаєтесь про закони Ньютона та навчитеся розв'язувати задачі про рух тіла під дією декількох сил.

У розділі «*Закони збереження в механіці*» ви ознайомитеся з таким фундаментальним законом фізики, як закон збереження імпульса, розширите свої знання про закон збереження енергії, переконайтеся, що застосування цих законів значно спрощує вирішення цілої низки фізичних задач.

Знання законів кінематики, динаміки та законів збереження енергії дозволяє зрозуміти такий вид руху, як механічні коливання, та їхнє поширення в пружному середовищі — механічні хвилі. Тож, наступний розділ має саме таку назву — «*Механічні коливання та хвилі*».

Створена А. Ейнштейном теорія відносності, а особливо — її наслідки вже понад 100 років дивують тих, хто з цим стикається. З деякими положеннями цієї теорії ви познайомитеся під час вивчення розділу «*Релятивістська механіка*».

# РОЗДІЛ 1. ВСТУП

## § 1. ЗАРОДЖЕННЯ І РОЗВИТОК ФІЗИКИ ЯК НАУКИ. РОЛЬ ФІЗИЧНОГО ЗНАННЯ В ЖИТТІ ЛЮДИНИ ТА В СУСПІЛЬНОМУ РОЗВИТКУ



Нещодавно люди навіть мріяти не могли про ті блага, що мають сьогодні. Наприклад, ще у XVIII ст. освітлення будинків здійснювалося за допомогою свічок, скіп і газових пальників, листи йшли до адресатів тижнями і т. д. Зараз же завдяки Інтернету й радіозв'язку можна протягом декількох секунд зв'язатися зі своїм адресатом на будь-якому континенті. Сьогодні наука, у тому числі фізика,— реальна основа розвитку суспільства й створення нового рівня добробуту людства. Досить згадати численні електроприлади, аудіо- та відеотехніку, автомобілі, комп'ютери тощо. А ще — новітні технології одержування енергії, створення матеріалів із заданими властивостями, досягнення радіотехніки, авіації, космонавтики, мореплавства.

Сучасні економісти цілком слушно вважають, що головне багатство країни — це знання, якими володіє її населення. Простежимо, як накопичувалися фізичні знання на деяких етапах розвитку людства.



### Фізика й астрономи Стародавньої Греції

Найбільший вплив на встановлення фізичних понять і закономірностей здійснили мислителі Стародавньої Греції: *Аристотель*, *Архімед*, *Аристарх Самоський*, *Демокрит*, *Левкіпп*, *Піфагор*, *Птолемей*, *Евклід*. Вони заклали елементи наукових уявлень про фізичні властивості навколишнього світу.

*Аристотель* (384–322 рр. до н. е.) увійшов в історію науки як учений, що узагальнив та систематизував знання в галузі суспільних і природничих наук свого часу. Його роботи аж до XVI ст. вважалися «істиною в останній інстанції». Аристотель перший сформулював поняття стану тіла в механіці, який, на його думку, визначається положенням тіла в просторі (координатами тіла); вивів правила додавання паралельних і перпендикулярних одне до одного переміщень (елементи векторного додавання), а також правило рівноваги важеля. Аристотелю також належить наукова картина поширення звуку в повітрі, яке він пояснював чергуванням областей стиснення і розрідження повітря. Це уявлення про звукові хвилі збереглося і в сучасній фізиці.

*Демокриту* й *Левкіппу* (V ст. до н. е.) належить дуже важлива ідея про атомну будову матерії. До речі, експериментально підтверджено цю ідею було тільки на початку XX ст.

Видатним астрономом Стародавньої Греції був *Аристарх Самоський* (кін. IV — перша пол. III ст. до н. е.). Задовго до польського вченого *Миколая Коперника* (1473–1543) він висунув ідею геліоцентричної будови світу (від грецьк. *helios* — Сонце), відповідно до якої

в центрі всесвіту розташоване нерухоме Сонце, а довкола нього обертаються планети.

*Евклід* (III ст. до н. е.) заклав основи геометричної оптики, сформулював закон прямолінійного поширення світла та закон відбиття світла (кут відбиття дорівнює куту падіння).

Величезний внесок у розвиток фізики зробив *Архімед* (бл. 287–212 рр. до н. е.) — видатний фізик, механік, математик, інженер. Зокрема, він запровадив поняття центра тяжіння, побудував теорію рівноваги важеля, дав означення моменту сил, експериментально визначив закони плавання тіл.

## 2 Початок нової ери у фізиці

Видатним фізиком XVII ст., безперечно, є *Галілео Галілей* (рис. 1.1). Його справедливо вважають засновником експериментальної фізики. Водночас Галілей великого значення надавав використанню у фізичних дослідженнях математики: «Той, хто хоче розв'язувати питання природничих наук без допомоги математики, ставить нерозв'язне завдання. Слід вимірювати те, що можна виміряти, і робити вимірюваням те, що таким не є». Своїми експериментами вчений переконливо спростував низку висловів Аристотеля й заклав фундамент класичної механіки.

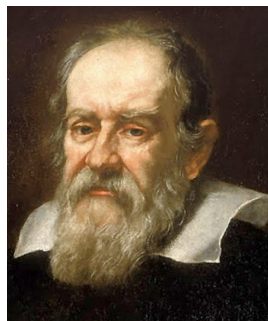
Ще один якісно новий етап у фізиці пов'язаний з іменем *Ісаака Ньютона* (рис. 1.2). У своїй книзі «Математичні початки натуральної філософії» Ньютон сформулював основні закони механіки, які визначили розвиток фізики на 300 років наперед.

## 3 Учення про електрику й магнетизм

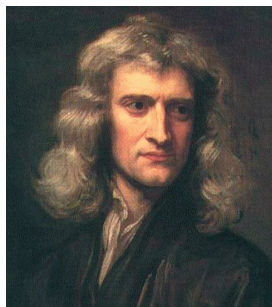
У створення сучасної науки про електричні та магнітні явища визначальний внесок здійснили французькі фізики *Шарль Кулон* (1736–1806) і *Андре Марі Ампер* (1775–1836), данський фізик *Ганс Ерстед* (1777–1851), британські фізики *Майкл Фарадей* (1791–1867) і *Джеймс Максвелл* (1831–1879). XX ст. стало часом тріумфального проникнення електромагнетизму в інженерну практику і зрештою — у життя суспільства. Електродвигуни, лампи, телебачення, комп'ютери, засоби зв'язку та багато іншого увійшли в повсякденне життя людей.

## 4 Учення про теплові двигуни

З XVIII ст. бурхливо розвивалася галузь фізики, пов'язана з використанням теплових двигунів. На її розвиток найбільше вплинули дві події. Перша —



**Рис. 1.1.** Галілео Галілей (1564–1642) — італійський фізик, механік і астроном, один із засновників точного природознавства. Заклав основи сучасної механіки, заснував експериментальну фізику



**Рис. 1.2.** Ісаак Ньютон (1643–1727) — англійський математик, фізик, механік, астроном, що заклав основи сучасного природознавства; творець класичної механіки

винайдення англійським інженером *Джеймсом Ваттом* (1736–1819) теплової машини. У 1785 р. одна з таких машин була встановлена на пивоварному заводі в Лондоні й виконувала роботу 24 коней. Друга подія — вихід роботи французького інженера й фізика *Саді Карно* (1796–1832) «Міркування про рушійну силу вогню та про машини, здатні розвивати цю силу». Учений проаналізував наявні на той час парові машини й вивів умови, за яких ККД машин сягає максимального значення (тоді їхній ККД не перевищував 2 %, зараз може становити 60 % у парогазових пристроях).

### **5** Розвиток фізики у ХХ ст.

Справжньою прикметою ХХ ст. є те, що буквально через кілька років після фізичного відкриття воно набуває широкого застосування в житті. Наведемо кілька прикладів.

У 1889 р. російський фізик і електротехнік *Олександр Степанович Попов* (1859–1905) висловив думку про те, що електромагнітні хвилі можуть бути використані для передачі інформації, а вже 7 травня 1895 р. учений продемонстрував роботу створеного ним радіоприймача (нині 7 травня відзначають як День радіо\*). На сьогодні електромагнітні хвилі — основні носії інформації. Саме за їхньою допомогою здійснюються радіо- й телепередачі, на їхній основі працюють мобільний зв'язок та Інтернет.

Вивчення електричних властивостей  $p$ - $n$ -переходу — місця контакту двох напівпровідників  $p$ - і  $n$ -типів — привело до створення у 1947 р. транзисторів. І буквально за кілька років транзистори стали основними елементами всіх радіоприладів. Зараз вони — основа інтегральних схем.

У 50-х рр. ХХ ст. було відкрито лазерне випромінювання активними середовищами, а сьогодні важко назвати таку галузь техніки, медицини, де не застосовуються лазери.

Ще одна значна подія, яка вплинула на розвиток фізики ХХ і ХХІ ст., — це відкриття у 1896 р. явища радіоактивності. У 1938 р. було відкрито поділ ядер Урану з виділенням енергії, а вже в 1942 р. запущено в експлуатацію перший ядерний реактор, у якому було реалізовано ланцюгову ядерну реакцію. Нині у світі експлуатується понад 400 ядерних реакторів, які виробляють близько 6 % усієї електроенергії.

### **?** Контрольні запитання

1. Наведіть приклади використання знань із фізики у створенні предметів побуту.
2. Назвіть імена відомих вам учених-фізиків. У якій галузі фізики вони працювали? Для створення яких технічних пристроїв були використані їхні відкриття?

\* Незалежно від О. С. Попова питаннями використання електромагнітних хвиль для безпроводного електрозв'язку займався італійський радіотехнік і підприємець *Гульєльмо Марконі* (1874–1937). Діяльність Марконі відіграла важливу роль у розвитку радіотехніки та поширенні радіо як засобу зв'язку.

## § 2. МЕТОДИ НАУКОВОГО ПІЗНАННЯ. ФІЗИЧНІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЇХ ВИМІРЮВАННЯ



Цей параграф допоможе вам пригадати, які існують методи фізичних досліджень, що означає виміряти фізичну величину та як це зробити. Також ви дізнаєтесь, на яких одиницях базується Інтернаціональна система одиниць (СІ) та як визначаються ці величини в сучасній фізиці.

1

### Що таке фізичне дослідження і якими є його методи

**Фізичне дослідження** — це цілеспрямоване вивчення того чи іншого явища засобами фізики.

Перший етап фізичного дослідження — **спостереження**.

**Спостереження** — це сприйняття природи з метою одержання первинних даних для подальшого аналізу.

Далеко не завжди спостереження ведуть до правильного висновку. Так, спостерігаючи падіння різних тіл, Аристотель вирішив, що чим тіло важче, тим швидше воно падає. Цей висновок виявився хибним, але тільки через тисячі років завдяки ретельно підготовленим *експериментам* Галілео Галілей зміг його спростувати.

**Експеримент** — це дослідження фізичного явища в умовах, що перебувають під контролем ученого, з метою глибшого вивчення цього явища.

У своїй основі фізика є експериментальною наукою: її закони базуються на фактах, установлених дослідним шляхом. Проте самих тільки *експериментальних методів фізичних досліджень* недостатньо, щоб одержати повне уявлення про досліджувані фізикою явища. Сучасна фізика широко використовує *теоретичні методи фізичних досліджень*, які передбачають аналіз даних, отриманих у результаті експериментів, формулювання законів природи, пояснення конкретних явищ на основі цих законів, а головне — передбачення й теоретичне обґрунтування (із широким використанням математичних методів) нових явищ.

Теоретичні дослідження проводяться не з конкретним фізичним тілом, а з його ідеалізованим аналогом — *фізичною моделлю*, яка має враховувати *невелику кількість основних властивостей* досліджуваного тіла. Наприклад, у ході вивчення деяких видів механічного руху використовують модель фізичного тіла — матеріальну точку. Ця модель застосовується, якщо розміри тіла не є суттєвими для теоретичного опису його руху, тобто в моделі «матеріальна точка» враховують тільки масу тіла, а форму тіла та його розміри до уваги не беруть. Вивчаючи електростатику, ви ознайомилися зі ще однією фізичною моделлю — ядерною моделлю атома, а вивчаючи ядерну фізику — з крапельною моделлю ядра атома.

Пояснимо різницю між експериментальними й теоретичними методами дослідження на конкретних прикладах.

Учені запропонували нове ракетне паливо. Щоб довідатися, якою при цьому буде тяга ракетного двигуна, його розмістили на випробувальному стенді й за допомогою відповідних приладів виміряли силу тяги. Це — приклад експериментального методу дослідження.

А от щоб розрахувати траєкторію польоту ракети до Місяця, учені використовують рівняння руху матеріальних тіл, ураховують притягання ракети до Землі й до Місяця, вплив Сонця та інші фактори. Це — приклад теоретичного методу дослідження.

Протягом навчального року ви будете зустрічатись і з експериментальними, і з теоретичними методами фізичних досліджень.

## 2 Як виміряти фізичну величину

**Фізична величина** — це характеристика, яка є спільною для багатьох матеріальних об'єктів або явищ у якісному відношенні, але може набувати індивідуального значення для кожного з них.

Шлях, час, маса, густина, сила, температура, тиск, напруга, освітленість — це далеко не всі приклади фізичних величин, з якими ви вже познайомилися в ході вивчення фізики.

**Виміряти фізичну величину** — це означає порівняти її з однорідною величиною, взятою за одиницю.

Вимірювання бувають *прямі* та *непрямі*.

У разі *прямих* вимірювань величину порівнюють із її одиницею (*метр, секунда, кілограм, ампер тощо*) за допомогою вимірювального приладу, проградуйованого у відповідних одиницях. Основними експериментально вимірюваними величинами є відстань, час і маса. Їх вимірюють, наприклад, за допомогою рулетки, годинника та вагів (або терезів) (рис. 2.1) відповідно. Існують також прилади для вимірювання складніших величин: для вимірювання швидкості руху тіл використовують спідометри, для визначення сили електричного струму — амперметри і т. д.

У разі *непрямих* вимірювань шукану величину обчислюють за результатами *прямих* вимірювань інших величин, пов'язаних з вимірюваною величиною певною функціональною залежністю. Наприклад, щоб обчислити середню густину тіла, потрібно виміряти його масу та об'єм, а потім масу розділити на об'єм ( $\rho = \frac{m}{V}$ ).

## 3 Побудова системи одиниць

Завдання вибудувати *систему одиниць* на науковій основі було поставлене перед французькими вченими наприкінці XVIII ст., після



Рис. 2.1. Стародавні терези для зважування тютюну (середина XIX ст.)



Великої французької революції. У результаті було створено *міжнародну систему одиниць* СІ, яка згодом стала у світі основною. Еталоном для вимірювання відстаней обрали спеціальний відрізок, калібрований за довжиною. Довжину цього відрізка було визначено як **1 метр** (рис. 2.2).

Час до 1960 р. вимірювали за допомогою еталонного годинника. За еталон був обраний маятниковий годинник, який зберігався в Палаті мір і ваг; у лабораторіях використовували його копії. За одиницю часу в СІ обрано інтервал часу **1 секунда**.

Масу тіла визначали порівнянням із масою еталонного зразка (платиново-іридієвого циліндра, що має діаметр і висоту 39 мм), який також зберігається в Палаті мір і ваг. Масу цього зразка визначено як **1 кілограм**. Порівняння з еталоном здійснюється за допомогою терезів.

Наведена схема побудови системи одиниць фактично належить до середини минулого століття. Після 1960 р. дедалі більше поширюються методи побудови системи одиниць, що ґрунтуються на випромінюванні, поширенні та відбиванні електромагнітних хвиль. Ці методи вирізняються високою точністю й базуються на тому, що швидкість світла у вакуумі є постійною.

Наведемо *сучасні означення* деяких фізичних величин та їхніх одиниць.

*Час* — фізична величина, яка характеризує послідовну зміну явищ і станів матерії, їхню тривалість. Одиниця часу — секунда (с). Секунда дорівнює 9 192 631 770 періодам електромагнітного випромінювання, яке відповідає переходу між двома надтонкими рівнями основного стану ізотопу Цезію-133.

*Довжина* — фізична величина, яка характеризує протяжність простору. Одиниця довжини — метр (м). Метр дорівнює довжині шляху, який проходить світло у вакуумі за проміжок часу  $1 / 299\,792\,458$  секунди.

*Маса* — фізична величина, яка характеризує інертні та гравітаційні властивості матеріальних об'єктів. Одиниця маси — кілограм (кг). Кілограм дорівнює масі еталонного циліндра.



**Рис. 2.2.** Міжнародний еталон метра, що використовувався в 1899–1960 рр. і зараз зберігається в Палаті мір і ваг у м. Севрі (неподалік Парижа)

#### 4

### Які префікси застосовують для записів кратних і частинних одиниць

Для скорочення записів великих і малих значень фізичних величин користуються *кратними та частинними одиницями*.

**Кратні одиниці** — це одиниці, які більші за основні одиниці в 10, 100, 1000 і більше разів.

**Частинні одиниці** — це одиниці, які менші за основні одиниці в 10, 100, 1000 і більше разів.

Для записування кратних і частинних одиниць використовують префікси. Наприклад, одиниця довжини, кратна одному метру, — кілометр (1000 м); одиниця довжини, частинна одному метру, — сантиметр (0,01 м) і т. д. У таблиці наведено найчастіше вживані такі префікси.

*Префікси для утворення назв кратних і частинних одиниць*

Префікс	Значення (у перекладі з грецької або латини)	Позначення	Множник	Префікс	Значення (у перекладі з грецької або латини)	Позначення	Множник
тера-	чудовисько	Т	$10^{12}$	санти-	сто	с	$10^{-2}$
гіга-	гігантський	Г	$10^9$	мілі-	тисяча	м	$10^{-3}$
мега-	великий	М	$10^6$	мікро-	малий	мк	$10^{-6}$
кіло-	тисяча	к	$10^3$	нано-	карлик	н	$10^{-9}$
гекто-	сто	г	$10^2$	піко-	мала величина (ісп.)	п	$10^{-12}$

### Підбиваємо підсумки

Існують теоретичні й експериментальні методи фізичних досліджень.

Експеримент — це дослідження фізичного явища в умовах, що перебувають під контролем ученого, з метою глибокого вивчення цього явища. Теоретичні методи передбачають аналіз даних, одержаних експериментальними методами, формулювання законів природи, пояснення конкретних явищ на основі цих законів, передбачення й теоретичне обґрунтування нових явищ. В основі будь-якого теоретичного дослідження лежить ідеалізований об'єкт — фізична модель.

Фізична величина — це загальна характеристика багатьох матеріальних об'єктів або явищ, яка може набувати індивідуального значення для кожного з них. Виміряти фізичну величину — це означає порівняти її з однією величиною, взятою за одиницю.

Вимірювання поділяють на прямі та непрямі. У разі прямих вимірювань величину порівнюють із її одиницею за допомогою вимірювальної прилади, проградуєваного у відповідних одиницях. У разі непрямих вимірювань шукану величину визначають (обчислюють) за результатами прямих вимірювань інших величин, пов'язаних із вимірюваною величиною певною функціональною залежністю.

### Контрольні запитання

**1.** Назвіть основні методи фізичних досліджень. Наведіть приклади. **2.** Наведіть приклади фізичних моделей. Чому фізична модель — це ідеалізований об'єкт? **3.** Дайте означення фізичної величини. Як ви його розумієте? **4.** Що означає виміряти фізичну величину? **5.** Назвіть основні одиниці СІ, їхні еталони й величини, для вимірювання яких вони слугують. **6.** Наведіть приклади префіксів, що слугують для утворення кратних і частинних одиниць. Коли їх застосовують?

## § 3. ВИМІРЮВАННЯ. ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ



Фізика — наука експериментальна. Це означає, що фізичні закони встановлюють і перевіряють шляхом накопичення та порівняння експериментальних даних. Однак результати, одержані в ході будь-якого фізичного експерименту, завжди містять певні похибки, оскільки вимірювання практично неможливо провести з абсолютною точністю. Можливі похибки відіграють істотну роль у разі порівняння результатів експерименту з теоретичними формулами, тому необхідно навчитись обробляти результати вимірювань. Із цього параграфу ви дізнаєтесь, як у сучасній лабораторній практиці прийнято обробляти та подавати результати вимірювань.

1

### Основні етапи здійснення вимірювань

У ході вимірювання будь-якої фізичної величини зазвичай виконують три послідовні операції: 1) вибір, перевірка та встановлення приладів; 2) зняття показів приладів; 3) обчислення шуканої величини за результатами вимірювань, оцінювання похибки.

Наведемо приклади.

Якщо потрібно виміряти на місцевості відстань, яка дорівнює приблизно 50 м, то зрозуміло, що для цього не потрібно брати 20-сантиметрову лінійку — зручніше скористатися відповідною рулеткою. Усі прилади мають певну точність, тому слід ознайомитися з будовою рулетки та встановити її точність. Відстань у 50 м, як правило, не потрібно визначати з точністю до міліметра, тому взята рулетка може й не містити відповідних поділок.

А от якщо для полагодження лабораторного крана необхідно визначити розмір дрібної шайби, доцільно скористатися штангенциркулем (рис. 3.1).

Далі ви дізнаєтесь про те, як знайти середнє значення результатів вимірювань, обчислити шукану величину за результатами вимірювань, оцінити похибку.



Рис. 3.1. Штангенциркуль. Точність його вимірювання — десяти частки міліметра

2

### У чому причина похибок вимірювань. Випадкова абсолютна похибка

Різницю між виміряним та істинним значеннями вимірюваної величини називають **похибкою (помилкою вимірювання)**.

Похибки в ході вимірювань фізичних величин поділяють на два види: *випадкові* та *систематичні*.

*Випадкові похибки пов'язані з процесом вимірювання.* Наприклад, вимірюючи рулеткою дальність польоту тіла, неможливо прокласти її ідеально рівно; вимірюючи масу тіла на важільних терезах, неможливо уникнути тертя й т. д. Тому, якщо провести те саме вимірювання кілька разів, результати трохи відрізняться.

Припустимо, що, використовуючи ту саму апаратуру й один метод вимірювання, провели  $N$  вимірювань величини  $x$  і одержали  $N$  значень:  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , де величина  $x_1$  — результат першого вимірювання,  $x_2$  — другого,  $x_N$  —  $N$ -го вимірювання. Щоб обробити результати, маємо відповісти на два запитання: як знайти найбільш імовірне значення вимірюваної величини? як визначити випадкову похибку вимірювання? Відповіді на ці питання дає теорія ймовірностей.

*Найбільш імовірне значення вимірюваної величини ( $x_{\text{вимір}}$ ) дорівнює середньому арифметичному значень, одержаних у результаті вимірювань:*

$$x_{\text{вимір}} = x_{\text{сеп}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}.$$

*Випадкова абсолютна похибка ( $\Delta x_{\text{вип}}$ ) — середня помилка, одержана в результаті всіх вимірювань, — обчислюється за формулою:*

$$\Delta x_{\text{вип}} = \sqrt{\frac{(x_1 - x_{\text{сеп}})^2 + (x_2 - x_{\text{сеп}})^2 + \dots + (x_N - x_{\text{сеп}})^2}{N}}.$$

Іноді немає необхідності здійснювати вимірювання багато разів. Наприклад, вимірюючи довжину того самого відрізка лінійкою, ви навряд чи одержите різні результати. Однак це не означає, що випадкові похибки відсутні, адже неможливо точно сполучити нуль шкали лінійки з початком відрізка, крім того, цілком імовірно, що кінець відрізка не збігатиметься з поділкою шкали. У таких випадках вважатимемо, що випадкова похибка дорівнює половині ціни поділки шкали приладу.

### **3 Систематичні похибки (похибки приладу)**

*Систематичні похибки пов'язані насамперед із вибором приладу:* неможливо знайти рулетку з ідеально точним розбиттям шкали, абсолютно точні гири, ідеально рівноплечі важелі. Систематичні похибки визначаються якістю приладу — його класом, тому їх часто називають *похибками приладу*. В Україні за величиною похибки прилади поділяються на сім класів. Особливо точні (прецизійні) прилади, що використовуються в точних наукових дослідженнях, — це прилади класів 0,1; 0,2; 0,5\*. Із такими приладами працюють, наприклад, у фармацевтичній промисловості. У техніці використовують менш точні прилади — класів 1; 1,5; 2,5; 4. У процесі експлуатації точність приладів може зменшуватися, тому їх необхідно періодично перевіряти в палаті мір і ваг (в Україні вона розташована в Харкові).

Нижче наведено абсолютні похибки деяких приладів, що використовуються в школі:

\* Клас точності дорівнює відносній похибці приладу, поданий у відсотках (тут 0,1%, 0,2%, 0,5% відповідно).

Фізичний прилад	Ціна поділки шкали	Абсолютна похибка
Лінійка учнівська	1 мм	$\pm 1$ мм
— демонстраційна	1 см	$\pm 0,5$ см
Стрічка вимірювальна, рулетка	0,5 см	$\pm 0,5$ см
Штангенциркуль	0,1 мм	$\pm 0,05$ мм
Мікрометр	0,01 мм	$\pm 0,005$ мм
Циліндр вимірювальний	1 мл	$\pm 1$ мл
Секундомір	0,2 с	$\pm 1$ с за 30 хв
Терези навчальні	—	$\pm 0,01$ г
Динамометр навчальний	0,1 Н	$\pm 0,05$ Н
Барометр-анероїд	1 мм рт. ст.	$\pm 3$ мм рт. ст.
Термометр лабораторний	1 °С	$\pm 1$ °С
Амперметр шкільний	0,1 А	$\pm 0,05$ А
Вольтметр шкільний	0,2 В	$\pm 0,1$ В

#### 4 Як визначити абсолютну та відносну похибки прямих вимірювань

Щоб правильно оцінити точність експерименту, необхідно врахувати як систематичну похибку, зумовлену приладом ( $\Delta x_{\text{прил}}$ ), так і випадкову похибку ( $\Delta x_{\text{вип}}$ ), зумовлену помилками вимірювань. Цю сумарну похибку називають *абсолютною похибкою вимірювання* ( $\Delta x$ ) і визначають за формулою:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{прил}})^2 + (\Delta x_{\text{вип}})^2}.$$

Сама по собі абсолютна похибка не розкриває якості вимірювання. Справді, якщо відстань у 10 м буде виміряно з похибкою 0,2 м, то це говорить про досить високу якість вимірювання. Зовсім інша річ, якщо таку саму похибку одержати, вимірюючи відстань у 0,5 м. Тому доцільно говорити про *відносну похибку*.

*Відносна похибка*  $\varepsilon_x$  характеризує якість вимірювання й дорівнює відношенню абсолютної похибки ( $\Delta x$ ) до середнього (виміряного) значення вимірюваної величини ( $x_{\text{вимір}}$ ):

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{вимір}}}.$$

Відносну похибку іноді називають *точністю*. Найчастіше відносну похибку подають у відсотках:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{вимір}}} \cdot 100\%.$$

#### 5 Як визначити абсолютну та відносну похибки непрямих вимірювань

Багато фізичних величин неможливо виміряти безпосередньо. Їх *непряме вимірювання* має два етапи. Спочатку вимірюють величини  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,

які можна виміряти методом прямих вимірювань, а потім, використовуючи виміряні значення  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , обчислюють шукану величину  $f$ . Як у такому випадку визначити абсолютну та відносну похибки вимірювань? Відповідь на це запитання також дає теорія ймовірностей. У таблиці наведено низку формул обчислення відносних похибок для деяких функцій без виведення.

В окремому випадку, якщо у формулі, що визначає фізичну величину  $f$ , присутні тільки операції множення й ділення, то *відносна похибка цієї величини дорівнює сумі відносних похибок величин, які «входять» у формулу*.

Абсолютну похибку ( $\Delta f$ ) можна знайти, скориставшись означенням відносної похибки ( $\varepsilon_f$ ). Справді, за означенням  $\varepsilon_f = \frac{\Delta f}{f_{\text{вимір}}}$ , звідси

$$\Delta f = \varepsilon_f \cdot f_{\text{вимір}}.$$

Зверніть увагу на таке. Інколи проводять експеримент, щоб з'ясувати, чи справджується деяка рівність (наприклад,  $X = Y$ ). Якщо в такому експерименті оцінити похибку важко, то відносну похибку експериментальної перевірки рівності  $X = Y$  обчислюють за формулою:

$$\varepsilon = \left| \frac{X}{Y} - 1 \right| \cdot 100\%.$$

## 6 Як правильно записати результати вимірювання

Абсолютна похибка експерименту визначає точність, із якою є сенс проводити обчислення вимірюваної величини.

*Абсолютна похибка завжди округлюється до однієї значущої цифри\* із завищенням, а результат вимірювання — до того ж порядку величини (перебуває в тій самій десятковій позиції), що й абсолютна похибка.*

Остаточний результат для значення величини  $x$  записують у вигляді:

$$x = x_{\text{вимір}} \pm \Delta x,$$

де  $x_{\text{вимір}}$  — виміряне (середнє) значення.

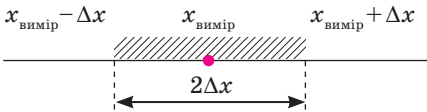
\* Значущі цифри — усі цифри числа починаючи з першої цифри зліва, відмінної від нуля, до останньої цифри, за правильність якої можна «ручатися». Наприклад, у числі 320,0 чотири значущі цифри (3; 2; 0; 0), у числі 0,32 — дві (3; 2), у числі  $0,3 \cdot 10^5$  — одна (3).

Вид формули (функції)	Відносна похибка
$f = x + y$	$\varepsilon_f = \frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
$f = x - y$	$\varepsilon_f = \frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
$f = xy$	$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$f = \frac{x}{y}$	$\varepsilon_f = \varepsilon_x + \varepsilon_y$
$f = x^n$	$\varepsilon_f = n\varepsilon_x$
$f = \sqrt[n]{x}$	$\varepsilon_f = \frac{1}{n}\varepsilon_x$

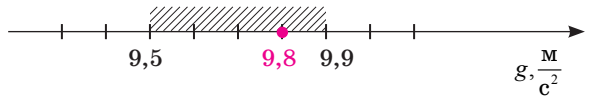
Остання формула означає, що істинне значення вимірюваної величини лежить у проміжку між  $x_{\text{вимір}} - \Delta x$  і  $x_{\text{вимір}} + \Delta x$  (рис. 3.2). Абсолютну похибку  $\Delta x$  прийнято вважати додатною величиною, тому  $x_{\text{вимір}} + \Delta x$  — це завжди *найбільше* ймовірне значення вимірюваної величини, а  $x_{\text{вимір}} - \Delta x$  — її *найменше* ймовірне значення.

Наведемо приклад. Нехай вимірювали прискорення  $g$  вільного падіння. У результаті обробки одержаних експериментальних даних було знайдено середнє значення:  $g_{\text{вимір}} = 9,736$  м/с<sup>2</sup>. Для абсолютної похибки було отримано:  $\Delta g = 0,123$  м/с<sup>2</sup>. Абсолютну похибку потрібно округлити до однієї значущої цифри із завищенням:  $\Delta g = 0,2$  м/с<sup>2</sup>. Тоді результат вимірювання округлюється до того ж порядку величини, що й порядок похибки, тобто до десятих:  $g_{\text{вимір}} = 9,7$  м/с<sup>2</sup>.

Відповідь за підсумками експерименту слід подати у вигляді:  $g = (9,7 \pm 0,2)$  м/с<sup>2</sup>, а інтервал, у якому перебуває істинне значення прискорення вільного падіння, має вигляд:  $[9,5; 9,9]$  м/с<sup>2</sup> (рис. 3.3).



**Рис. 3.2.** Абсолютна похибка експерименту визначає інтервал, у якому перебуває істинне значення вимірюваної величини



**Рис. 3.3.** Істинне значення прискорення вільного падіння міститься в інтервалі  $[9,5; 9,9]$  м/с<sup>2</sup>. Оскільки табличне значення ( $g_{\text{табл}} = 9,8$  м/с<sup>2</sup>) належить до цього інтервалу, можна сказати, що одержані результати збіглися з табличними в межах похибки вимірювань

**7**

**Графічний метод обробки результатів**

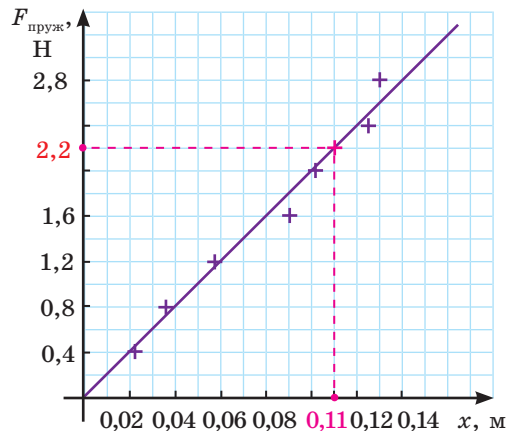
Іноді обробити результати експерименту значно легше, якщо подати їх у вигляді графіка. Припустимо, що необхідно визначити жорсткість пружини. Було вирішено скористатися формулою

$$k = \frac{F_{\text{пруж}}}{x}$$

шого результату виміряли видовження пружини за різних значень сили пружності й одержали таку таблицю результатів вимірювань:

$F_{\text{пруж}},$ Н	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8
$x,$ м	0,0	0,022	0,038	0,058	0,090	0,101	0,123	0,130

Зобразимо наведені в таблиці експериментальні дані у вигляді точок, відклавши по осі абсцис значення видовження пружини, а по осі ординат — відповідні їм значення сили пружності (рис. 3.4). Оскільки



**Рис. 3.4.** Визначення жорсткості пружини графічним методом

жорсткість не залежить від видовження пружини, то теоретично графік залежності  $F_{\text{пруж}}(x)$  повинен мати вигляд прямої лінії, що проходить через початок координат. Проведемо цю пряму таким чином, щоб вона лежала якнайближче до одержаних точок і щоб з обох боків від неї опинилася приблизно однакова їх кількість. Вибравши на графіку довільну точку й знайшовши відповідні їй значення  $F_{\text{пруж}}$  та  $x$ , визначимо середнє значення жорсткості пружини:  $k = \frac{F_{\text{пруж}}}{x} = \frac{2,2 \text{ Н}}{0,11 \text{ м}} = 20 \text{ Н/м}$ . Таким чином, побудова графіка дозволила, використовавши всі наявні експериментальні дані, знайти середнє значення жорсткості пружини без складних обчислень.



### Підбиваємо підсумки

Похибки в ході вимірювань фізичних величин поділяють на два види: випадкові, пов'язані з процесом вимірювання, і систематичні, пов'язані з вибором приладу для вимірювання.

У разі прямих вимірювань найбільш імовірне значення вимірюваної величини дорівнює середньому арифметичному значень, одержаних у результаті вимірювань:

$$x_{\text{вимір}} = x_{\text{сеп}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}.$$

Абсолютна похибка експерименту визначає інтервал, у якому перебуває істинне значення вимірюваної величини, і визначається за формулою:  $\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{\text{прил}})^2 + (\Delta x_{\text{вип}})^2}$ , де  $\Delta x_{\text{прил}}$  — похибка приладу (систематична помилка);  $\Delta x_{\text{вип}}$  — випадкова похибка (помилка відліку).

Абсолютну похибку експерименту округлюють до однієї значущої цифри із завищенням, середнє значення вимірюваної величини — до того ж порядку, що й абсолютну похибку. Результат вимірювань записують у вигляді:  $x = x_{\text{вимір}} \pm \Delta x$ .

Відносною похибкою називають відношення абсолютної похибки до середнього значення вимірюваної величини:  $\epsilon_x = \frac{\Delta x}{x_{\text{вимір}}}$ .

Якщо в експерименті оцінити похибку важко, то відносну похибку експериментальної перевірки, наприклад, рівності  $X = Y$  обчислюють за формулою  $\epsilon = \left| \frac{X}{Y} - 1 \right| \cdot 100\%$ .



### Контрольні запитання

1. Які послідовні операції виконують, вимірюючи будь-яку фізичну величину? Наведіть приклади.
2. Які види похибок вимірювань ви знаєте?
3. Як знайти найбільш імовірне (середнє) значення вимірюваної величини в разі прямих вимірювань?
4. Як визначити випадкову похибку вимірювання?
5. Чим визначається абсолютна систематична похибка?
6. Що називають відносною похибкою вимірювання?
7. Як правильно округлювати й записувати результати вимірювань?
8. Яку перевагу має графічний метод обробки результатів вимірювання?



**Вправа № 1**

1. Визначаючи діаметр дроту за допомогою штангенциркуля, вимірювання проводили чотири рази. Було одержано такі результати:  $d_1 = 2,2$  мм;  $d_2 = 2,0$  мм;  $d_3 = 2,0$  мм;  $d_4 = 2,2$  мм. Обчисліть середнє значення діаметра дроту, випадкову похибку вимірювання, абсолютну та відносну похибки вимірювання. Округліть одержані результати й запишіть результат вимірювання у вигляді:  $d = d_{\text{сер}} \pm \Delta d$ .
2. Щоб довести закон збереження механічної енергії, провели експеримент. Вийшло, що середня енергія системи тіл до взаємодії ( $W_1$ ) дорівнювала 225 Дж, а після взаємодії ( $W_2$ ) — 243 Дж. Оцініть відносну й абсолютну похибки експерименту.
- 3\*. Щоб визначити швидкість прямолінійного рівномірного руху візка, провели експеримент. Пройдений шлях вимірювали рулеткою, а час — секундоміром із відсноною систематичною похибкою 1 % (клас точності 1). Вимірювання проводили 5 разів. Показання рулетки щоразу залишалися незмінними й дорівнювали 1 м. У ході вимірювання часу було одержано такі результати:  $t_1 = 5,6$  с;  $t_2 = 5,8$  с;  $t_3 = t_4 = 5,3$  с;  $t_5 = 5,5$  с. Використовуючи наведені результати, обчисліть середнє значення швидкості руху візка, відносну й абсолютну похибки вимірювання швидкості. Округліть одержані результати та запишіть результат вимірювання у вигляді:  $v = v_{\text{сер}} \pm \Delta v$ .

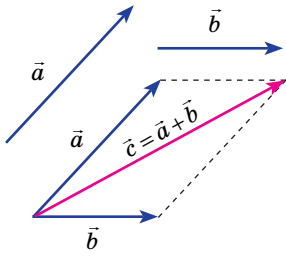
**§ 4. МАТЕМАТИКА — МОВА ФІЗИКИ**

До розуміння того, що для описування природи потрібно використовувати мову математики, учені прийшли давно. Точніше — навпаки: математика була створена для того, щоб описувати природу стислою й доступною мовою. Так з'явилася векторна алгебра, необхідна для теоретичних досліджень величин, які мають напрямок (наприклад, сили та швидкості). Для визначення миттєвої швидкості, роботи змінної сили, об'єму тіла неправильної форми й т. ін. була створена математика нескінченно малих величин (диференціальне та інтегральне числення). Для наочнішого описування багатьох фізичних процесів навчилися будувати графіки функцій, а для швидкої обробки результатів експерименту придумали методи наближених обчислень. Пригадаємо деякі важливі математичні поняття та методи, без яких вам не обійтися в ході вивчення курсу фізики 10-го класу.

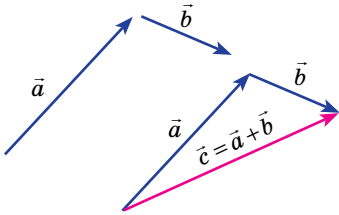
**Скалярні та векторні величини**

Фізичні величини, які використовують у фізиці для кількісної характеристики фізичних явищ і об'єктів, поділяються на два великі класи: *скалярні величини* і *векторні величини*.

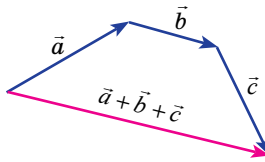
До *скалярних величин*, або *скалярів* (від лат. *scalaris* — східчастий), належать довжина, площа, температура, густина, робота й багато інших. Ці величини характеризуються одним значенням, і для їх позначення зазвичай використовують літери латинського та грецького алфавітів ( $l$ ,  $S$ ,  $t$ ,  $\rho$ ,  $A$  тощо). Наприклад, маса тіла — скалярна величина, і якщо ми говоримо, що маса тіла дорівнює двом кілограмам ( $m = 2$  кг), то повністю визначаємо цю величину. Додати дві



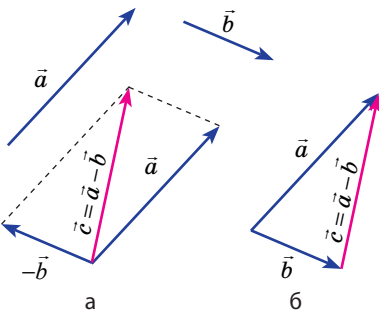
**Рис. 4.1.** Визначення суми двох векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  за правилом паралелограма:  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$



**Рис. 4.2.** Визначення суми двох векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  за правилом трикутника:  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$



**Рис. 4.3.** Визначення суми трьох векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  і  $\vec{c}$



**Рис. 4.4.** Два способи знаходження різниці двох векторів: а — до вектора  $\vec{a}$  додають вектор, протилежний вектору  $\vec{b}$ :  $\vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b})$ , тобто  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ ; б — вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  розміщують так, щоб вони виходили з однієї точки, вектор  $\vec{c}$ , що з'єднує кінець вектора  $\vec{b}$  з кінцем вектора  $\vec{a}$ , і є вектор різниці векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , тобто  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

скалярні фізичні величини означає додати їхні значення, подані в однакових одиницях. Природно, додавати можна тільки однорідні скаляри (наприклад, не можна додавати масу до часу, а густину до роботи тощо).

Для визначення векторних величин важливо знати не тільки їхні значення, але й напрямки. *Вектор* (від лат. *vector* — носій) — це напрямлений відрізок, тобто відрізок, що має і довжину, і напрямок. Довжина напрямленого відрізка називається *модулем вектора*. Позначають векторні величини літерами грецького та латинського алфавітів, над якими поставлено стрілки, або напівжирними літерами. Наприклад, швидкість записують так:  $\vec{v}$  або  $\mathbf{v}$ ; модуль вектора швидкості відповідно позначають як  $v$ .

Правила додавання (віднімання) векторів відрізняються від правил додавання (віднімання) скалярних величин.

*Суму двох векторів визначають за допомогою правила паралелограма або правила трикутника* (рис. 4.1, 4.2).

Як визначити *суму декількох векторів і різницю двох векторів*, показано на рис. 4.3, 4.4.

У результаті *множення векторної величини  $\vec{a}$  на скалярну величину  $k$*  виходить вектор  $\vec{c}$  (рис. 4.5).

Зверніть увагу: у фізиці модулі векторної та скалярної величин мають — крім числових значень — ще й одиниці, у яких вони вимірюються. Одиниця їхнього добутку визначається як добуток одиниці векторної величини на одиницю скалярної. Припустимо, потрібно знайти переміщення літака, який протягом 0,5 год летить на північ зі сталою швидкістю 500 км/год. Вектор переміщення:  $\vec{s} = \vec{v}t$ . Оскільки  $t > 0$ , то вектор переміщення  $\vec{s}$  буде напрямлений у той самий бік, що й вектор швидкості  $\vec{v}$ , а модуль вектора переміщення дорівнюватиме:  $s = vt = 500 \text{ км/год} \cdot 0,5 \text{ год} = 250 \text{ км}$ .

2

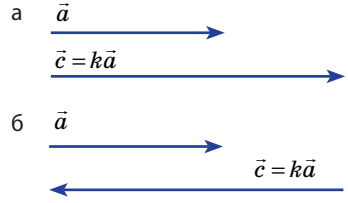
**Як знайти проекції вектора на осі координат**

З векторами здійснювати математичні операції набагато складніше, ніж зі скалярами, тому в ході розв'язування задач від векторних фізичних величин переходять до їхніх проекцій на осі координат.

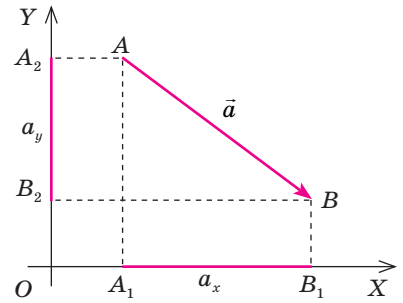
Нехай вектор  $\vec{a}$  лежить в одній площині з осями  $OX$  і  $OY$  (рис. 4.6). Опустимо з точки  $A$  (початок вектора  $\vec{a}$ ) і точки  $B$  (кінець вектора  $\vec{a}$ ) перпендикуляри на вісь  $OX$ . Основи цих перпендикулярів — точки  $A_1$  і  $B_1$  — називають *проекціями точок  $A$  і  $B$  на вісь  $OX$* , а відрізок  $A_1B_1$  — *проекцією вектора  $\vec{a}$  на вісь  $OX$* . Проекцію вектора позначають тією самою літерою, що й вектор, із зазначенням у підіндексі осі, наприклад:  $a_x$ . Якщо із кінців вектора  $\vec{a}$  побудувати перпендикуляри до осі  $OY$ , дістанемо відрізок  $A_2B_2$  — проекцію вектора  $\vec{a}$  на вісь  $OY$  ( $a_y$ ).

Проекція вектора — величина скалярна, а її знак залежить від напрямків вектора й осі координат. Проекція вектора на вісь координат вважається *додатною*, якщо від проекції початку вектора до проекції його кінця треба рухатися в напрямку осі координат (див. рис. 4.6); проекція вектора вважається *від'ємною*, якщо від проекції початку вектора до проекції кінця вектора треба рухатися проти напрямку осі координат.

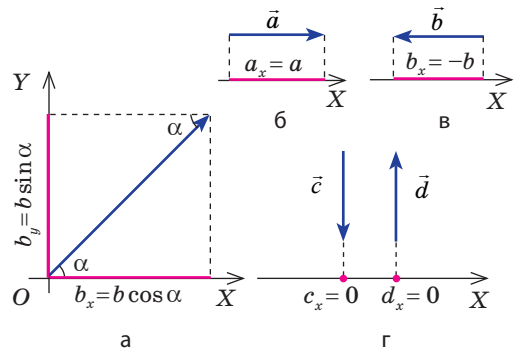
У загальному випадку проекцію вектора визначають звичайними геометричними методами (рис. 4.7, а). На практиці часто доводиться мати справу з випадками, коли вектор паралельний осі координат або перпендикулярний до неї. Якщо вектор паралельний осі координат, а його напрямок збігається з напрямком осі, то його проекція на цю вісь додатна й дорівнює модулю вектора (рис. 4.7, б). Якщо напрямок вектора протилежний напрямку осі координат, то його проекція на цю вісь дорівнює модулю вектора, взятому з протилежним знаком (рис. 4.7, в).



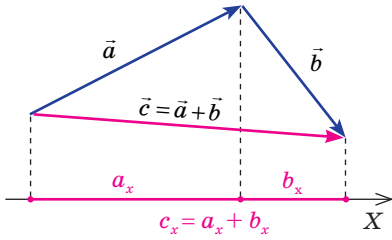
**Рис. 4.5.** Визначення добутку вектора  $\vec{a}$  на скаляр  $k$ : модуль вектора  $\vec{c}$  дорівнює добутку модуля скаляра і модуля вектора  $\vec{a}$ , тобто  $c = |k|a$ . Якщо  $k > 0$ , вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{a}$  однонаправлені (а); якщо  $k < 0$ , вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{a}$  напрямлені протилежно (б)



**Рис. 4.6.** Визначення проекцій вектора на осі координат:  $a_x$  — проекція вектора  $\vec{a}$  на вісь  $OX$ ,  $a_x > 0$ ;  $a_y$  — проекція вектора  $\vec{a}$  на вісь  $OY$ ,  $a_y < 0$



**Рис. 4.7.** Визначення проекцій вектора на осі координат: а — вектор напрямлений під кутом  $\alpha$  до вісі координат; б, в — вектор паралельний осі координат; г — вектор перпендикулярний до осі координат



**Рис. 4.8.** Проекція суми векторів дорівнює сумі проєкцій векторів, що додаються: якщо  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ , то  $c_x = a_x + b_x$

Якщо ж вектор перпендикулярний до осі координат, то його проєкція на цю вісь дорівнює нулю (рис. 4.7, з).

Дуже важливою властивістю проєкцій є те, що проєкція суми двох або декількох векторів на координатну вісь дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій цих векторів на дану вісь (рис. 4.8). Саме ця властивість дозволяє замінювати в рівнянні векторні величини їхніми проєкціями — скалярними величинами — і далі розв'язувати одержане рівняння звичайним алгебраїчним методом.

### 3 Наближені обчислення

Випадкові та систематичні похибки прямих вимірювань призводять до того, що результати експерименту виявляються не цілком точними, тобто є *наближеними*. Зупинимося на тому, як правильно визначати наближене значення суми, різниці, добутку, частки декількох вимірювань, одержаних із різним ступенем точності.

Припустимо, що маси декількох тіл виміряли різними вагами (різного класу точності) й отримали такі результати:  $m_1 = 31,4$  кг,  $m_2 = 230$  г,  $m_3 = 27,8$  кг,  $m_4 = 114,2$  г. У першому й третьому випадках вимірювання проводили з точністю до 100 г, у другому — з точністю до 1 г, у четвертому випадку — з точністю до 100 мг. Нехай необхідно знайти загальну масу всіх зважених тіл. Якщо не звертати уваги на точність вимірювань, можна записати:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 31,4 \text{ кг} + 0,230 \text{ кг} + 27,8 \text{ кг} + 0,1142 \text{ кг} = 59,5442 \text{ кг}.$$

Очевидно, що три останні цифри в записаній сумі по суті не мають сенсу, бо невідомі соті, тисячні й десятитисячні в першому та третьому доданках. Тому слід округлити результати вимірювань до десятих, а вже потім обчислювати суму:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 31,4 \text{ кг} + 0,2 \text{ кг} + 27,8 \text{ кг} + 0,1 \text{ кг} = 59,5 \text{ кг}.$$

Якщо необхідно знайти суму декількох результатів вимірювань, то їх потрібно спочатку округлити до того розряду, що є останнім у доданка з найкоротшою десятковою частиною, а вже потім додати. При відніманні результатів вимірювань чинять аналогічно.

У разі множення й ділення результатів вимірювань важливим є не порядок величини, а кількість значущих цифр.

При множенні (діленні) результатів вимірювань їхній добуток (їхня частка) не може бути виражений (виражена) більшим числом значущих цифр, ніж будь-який співмножник (ділене або дільник).

Припустимо, необхідно обчислити площу прямокутника, ширину якого виміряли лінійкою:  $d = 11,6$  см, а довжину — рулеткою:  $l = 2,1$  м. Тобто ширину визначено до трьох значущих цифр,

а довжину — до двох. Площа прямокутника дорівнює добутку його довжини та ширини:  $S = ld = 2,1 \text{ м} \cdot 0,116 \text{ м} = 0,2436 \text{ м}^2$ .

Результат вимірювання площі слід округлити до двох значущих цифр і записати у вигляді:  $S = 0,24 \text{ м}^2 = 2,4 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2 = 2,4 \cdot 10^3 \text{ см}^2$ .

Зверніть увагу: у цьому випадку ми не можемо записати одержаний результат у вигляді  $S = 2400 \text{ см}^2$  або  $S = 2,40 \cdot 10^{-1} \text{ м}^2$ , бо це означало б, що остання цифра є нулем, тоді як насправді нічого певного про неї сказати не можна.

#### 4 Графіки функцій і правила їхньої побудови

Для розуміння фізичних процесів і для аналізу фізичних досліджень велику роль відіграє побудова графіків. Загальний метод побудови графіків будь-яких функцій такий: для функції, графік якої потрібно побудувати, складають таблицю; в одному рядку таблиці записують значення аргументу, у другому — обчислені для цих значень аргументу значення функції. Потім на міліметровому папері будують вісь абсцис (вісь значень аргументу) і вісь ординат (вісь значень функції), згідно з таблицею наносять точки й по отриманих точках проводять плавну криву.

Наприклад, щоб побудувати графік квадратичної функції  $y(t) = 10t^2 + 0,4$  (м), можна скласти таку таблицю:

$t, \text{ с}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$y(t), \text{ м}$	0,4	0,5	0,8	1,3	2,0	2,9	4,0	5,3	6,8

Графік цієї функції має вигляд, показаний на рис. 4.9. Аналогічно можна побудувати графік іншої функції.

Визначати багато точок для побудови графіка не завжди зручно, та й не потрібно. З курсу математики ви знаєте, що, наприклад, графіком лінійної функції є пряма та що через дві задані точки проходить єдина пряма. Отже, для побудови графіка будь-якої лінійної функції досить визначити положення двох його точок і через ці точки провести пряму.

Наприклад, для побудови графіка функції  $v_x(t) = 1 + 3t$  (м/с) досить таблиці, наведеної нижче. Графік цієї функції має вигляд, показаний на рис. 4.10.

Графік квадратичної функції — парабола. Для її побудови теж існують певні правила, які ви вивчали в курсі математики.

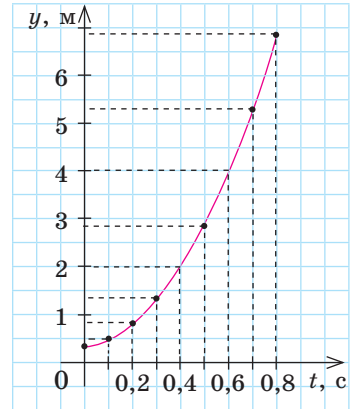


Рис. 4.9. Побудова графіка функції  $y(t) = 10t^2 + 0,4$  (м) по точках. По горизонтальній осі відкладено значення  $t$ , по вертикальній осі — значення  $y$

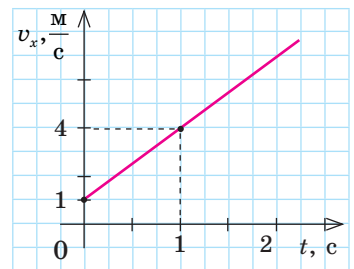


Рис. 4.10. Побудова графіка функції  $v_x(t) = 1 + 3t$

$t, \text{ с}$	0	1
$v_x, \text{ м/с}$	1	4

Щоб побудувати графік функції за допомогою комп'ютера, можна скористатися програмами «Mathematica» або «MathLab».

**! Підбиваємо підсумки**

За своїми геометричними властивостями фізичні величини поділяються на скалярні і векторні.

Додати дві скалярні величини означає додати їхні значення. Додавати можна тільки скалярні величини, подані в одних одиницях.

Обчислюючи суму кількох результатів вимірювань, результати потрібно спочатку округлити до того розряду, що є останнім у доданка з найкоротшою десятковою частиною, а вже потім додавати. Віднімаючи результати вимірювань, чинять аналогічно. Якщо результати вимірювань множать (ділять), їхній добуток (їхня частка) не може бути виражений (виражена) більшою кількістю значущих цифр, ніж будь-який співмножник (ділене або дільник).

Вектор — це напрямлений відрізок, тобто відрізок, що має і довжину, і напрямок. Довжина напрямленого відрізка називається модулем вектора. Щоб знайти суму векторів, використовують правило паралелограма або правило трикутника.

Для опису фізичних процесів часто використовують графіки. Графік лінійної функції — пряма лінія. Для побудови такого графіка досить знайти положення двох його точок і через них провести пряму. Графік квадратичної функції — парабола.

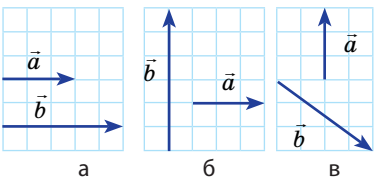


Рис. 1

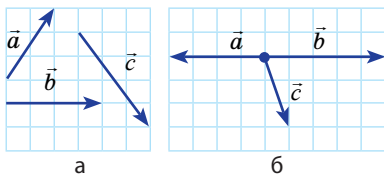


Рис. 2

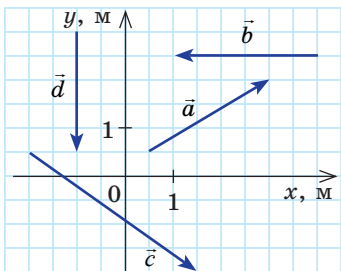


Рис. 3

**? Контрольні запитання**

**1.** Які фізичні величини називають скалярними? Наведіть приклади **2.** Які фізичні величини називають векторними? Наведіть приклади. **3.** Сформулюйте правила додавання та віднімання векторів, правило множення вектора на скаляр. **4.** Якого правила необхідно дотримуватися, обчислюючи суму або різницю кількох результатів вимірювань? обчислюючи добуток або частку результатів вимірювань? **5.** Що являє собою графік лінійної функції? Якими є правила його побудови? **6.** Що являє собою графік квадратичної функції?



**Вправа № 2**

- Чи можна додавати вектор швидкості та вектор сили? Чому?
- Перенесіть у зошит рис. 1. Для кожного випадку знайдіть суму та різницю двох векторів.
- Перенесіть у зошит рис. 2. Для кожного випадку знайдіть суму трьох векторів.
- Визначте проєкції векторів на осі координат (рис. 3).
- Вимірявши розміри дерев'яного бруска, школяр одержав такі результати:  $l = 6,3$  см,  $d = 12,1$  см,  $h = 84$  мм. Обчисліть об'єм бруска.
- Побудуйте графік функції: а)  $y = 2x - 6$ ; б)  $v_x = -3t + 9$ ; в)  $s_x(t) = t^2 + t$ .

## РОЗДІЛ 2. КІНЕМАТИКА

### § 5. ВСТУП. ОСНОВНА ЗАДАЧА МЕХАНІКИ. МЕХАНІЧНИЙ РУХ. СИСТЕМИ КООРДИНАТ І СИСТЕМИ ВІДЛІКУ



Товарний потяг їде зі швидкістю 50 км/год. Позаду нього на відстані 1 км з-за повороту з'являється експрес, що проходить за 1 годину 70 км. Машині експреса, помітивши попереду товарний потяг, починає гальмувати. При цьому необхідно не менш ніж 2 км, щоб експрес зупинився. Чи станеться катастрофа? Чому потрібні 2 км, щоб зупинити експрес? На ці та багато інших запитань відповідає розділ фізики, який називається «Механіка».



#### Що таке механічний рух

Усі ви напевне знаєте вислів давньогрецького філософа *Геракліта Ефеського* (кін. VI — поч. V ст. до н. е.): «Все тече, все змінюється». Інакше кажучи, все у світі перебуває в русі. Найпростішою з форм руху є *механічний рух*.

**Механічний рух** — зміна з часом положення тіла або частин тіла у просторі відносно інших тіл.

Нагадаємо, що Всесвіт за розмірами матеріальних тіл у ньому ділять на три рівні: *мікросвіт*, *макросвіт* і *мегасвіт*. До мікросвіту належать атоми, молекули та частинки, що їх складають; до макросвіту — планети, фізичні тіла, що оточують людину, сама людина; до мегасвіту — зорі, галактики та інші величезні космічні об'єкти. *Механічний рух* — це рух об'єктів макро- та мегасвіту.

Механічний рух умовно ділять на два найпростіші види: *поступальний рух* і *обертальний рух*.

**Поступальний рух** — це такий рух тіла, у ході якого всі точки тіла рухаються однаково.

Поступально рухаються сходи ескалатора метро, курсор на моніторі комп'ютера, потяг на прямолінійній ділянці шляху тощо. *Під час поступального руху будь-яка пряма лінія, уявно проведена в тілі, залишається паралельною сама собі (рис. 5.1).*

**Обертальний рух, або обертання**, — це такий рух тіла, коли всі точки тіла рухаються по колах, центри яких розташовані на одній прямій лінії — на осі обертання.



**Рис. 5.1.** Рух кузова автомобіля — поступальний; рух його коліс не є поступальним, цей рух — сума обертального та поступального рухів

Добове обертання Землі, обертання дзиги, обертання Землі навколо Сонця — усе це приклади обертального руху.

Якщо перевернути велосипед колесами догори і розкрутити їх, то одержимо обертальний рух коліс; при цьому віссю обертання кожного колеса буде вісь, на якій воно прикріплене до корпусу велосипеда. А от під час звичайного руху велосипеда точки на його колесах здійснюють складніший рух, який являє собою суму поступального та обертального рухів. Слід зазначити, що, як правило, рух будь-якого тіла — це сума поступального та обертального рухів.

### 2 Що вивчає механіка

**Механіка** — наука про механічний рух матеріальних тіл і взаємодії, що відбуваються при цьому між тілами.

**Основна задача механіки** — пізнати закони механічного руху матеріальних тіл, взаємодій між тілами; передбачати поведінку тіл на основі законів механіки; визначати механічний стан (координати та швидкість руху) тіла у будь-який момент часу.

Наприклад, блискучим досягненням механіки Ньютона було пізнання законів руху планет Сонячної системи, визначення часу сонячних затемнень у майбутньому й минулому.

Знайомство з механікою традиційно почнемо з кінематики.

**Кінематика** (від грецьк. *kinematos* — рух) — розділ механіки, що вивчає рух тіл і при цьому не розглядає причини, якими цей рух викликаний.

Інакше кажучи, кінематика не відповідає на запитання на зразок: «Чому потрібні саме 2 км, щоб зупинити експрес?» — вона займається *тільки описом руху*. А от *причини зміни руху тіл* розглядають у розділі механіки, що називається *динамікою*.

### 3 Чому без вибору системи відліку неможливо розв'язати основну задачу механіки

Зверніть увагу: будь-який механічний рух є відносним. У природі немає нерухомих тіл, а отже, немає якогось абсолютно «зручного» тіла, відносно якого можна розглядати рух решти тіл. Тому залежно від поставленого завдання спостерігач обирає певне тіло й, умовно вважаючи його нерухомих, розглядає рух решти тіл саме відносно обраного тіла. Таке тіло називають *тілом відліку*.

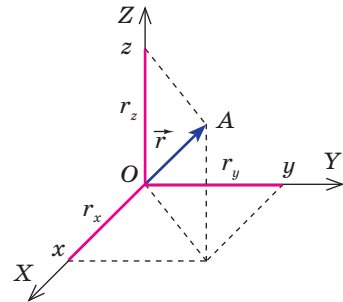
**Тіло відліку** — це тіло, яке в умовах даної задачі вважається нерухомих і відносно якого вивчають рух усіх інших тіл, що розглядаються в цій задачі.



Взагалі, за тіло відліку можна взяти будь-яке тіло, однак слід виходити з міркувань зручності. Так, якщо розглядається рух потяга з пункту  $A$  до пункту  $B$ , то за тіло відліку доцільно взяти тіло, нерухоме відносно Землі, наприклад залізничну станцію. А от якщо розглядається рух пасажирів в цьому потязі, то за тіло відліку зручно обрати полицю вагона або будь-яке інше тіло, нерухоме відносно потяга.

Механічний рух відбувається в просторі і часі, тому для опису механічного руху насамперед необхідно вміти визначати положення тіла в просторі. Для цього з тілом відліку пов'язують *систему координат*.

Зручно використовувати прямокутну (декартову) систему координат, яка задається за допомогою *трьох* взаємно перпендикулярних *координатних осей* ( $OX$ ,  $OY$  і  $OZ$ )\*, які перетинаються в одній точці — *у початку відліку*. По осях відкладають відстані в обраній шкалі довжин, наприклад у метрах. Значення відстаней, відлічуваних від початку відліку в напрямку осі координат, вважаються *додатними*, у протилежному напрямку — *від'ємними*. В обраній системі координат положення точки у просторі задається *трьома* координатами ( $x$ ;  $y$ ;  $z$ ) або *радіус-вектором* ( $\vec{r}$ ) (рис. 5.2).

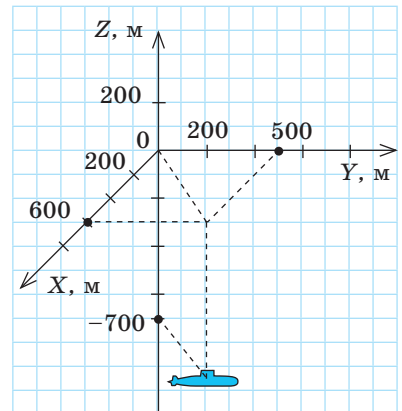


**Рис. 5.2.** Положення точки в просторі задається трьома координатами ( $x$ ;  $y$ ;  $z$ ) або радіус-вектором ( $\vec{r}$ ). Проекції радіус-вектора на осі координат збігаються з координатами точки:  $r_x = x$ ;  $r_y = y$ ;  $r_z = z$

**Радіус-вектор** — вектор, що сполучає початок відліку з положенням точки в довільний момент часу.

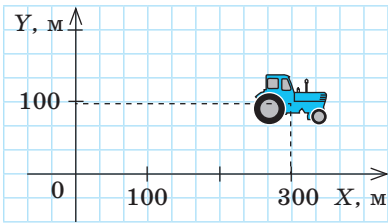
Скажімо, щоб задати положення підводного човна (рис. 5.3), спочатку потрібно обрати тіло відліку (наприклад, будівля порту), а потім з тілом відліку зв'язати осі координат ( $OX$ ,  $OY$  і  $OZ$ ), на яких задати одиничний відрізок (200 м). Відповідно положення точки  $A$  на підводному човні буде задане трьома координатами:  $x = 600$  м,  $y = 500$  м,  $z = -700$  м.

На практиці часто доводиться мати справу з рухами, які відбуваються тільки в одній площині (рух човна по поверхні води, біг спортсмена по колу стадіону) або тільки вздовж однієї прямої (рухи автомобіля або



**Рис. 5.3.** Положення у просторі підводного човна можна задати трьома координатами:  $x = 600$  м,  $y = 500$  м,  $z = -700$  м

\* Напрямок кожної осі пов'язують із яким-небудь тілом, тому тіл, відносно яких розглядається рух, має бути чотири (три тіла, пов'язані з осями координат, і тіло відліку). Саме *чотири тіла* задають *систему координат*.



**Рис. 5.4.** Щоб визначити положення трактора в полі, досить знати тільки дві координати:  $x = 300$  м,  $y = 100$  м



**Рис. 5.5.** Для визначення положення автомобіля й положення пішохода на прямолінійній ділянці дороги досить однієї координати:  $x_A = 8$  км;  $x_P = -2$  км

пішохода на прямій ділянці дороги, каменя, що падає вертикально вниз). У таких випадках для опису положення тіла досить використати відповідно *двовимірну* (рис. 5.4) або *одновимірну* (рис. 5.5) систему координат.

При цьому, щоб визначити положення тіла в який-небудь момент часу, недостатньо задати систему координат і пов'язати її з тілом відліку, необхідний ще прилад для відлічування часу.

Тіло відліку, пов'язана з ним система координат і прилад для відлічування часу утворюють **систему відліку**.

Зверніть увагу: судити про механічний рух без зазначення системи відліку (*далі* — **СВ**) неможливо. Дуже часто СВ уже визначено умовою задачі. Наведемо приклад найпростішої задачі про механічний рух.

**Задача.** Автомобіль рухається прямолінійним шосе з пункту *A* до пункту *B*, відстань між якими 100 км. Де перебуватиме автомобіль через 1 год, якщо відомо, що всю відстань він подолає за 2 год? Швидкість руху автомобіля вважати постійною.

У задачі не визначено тіло відліку, але очевидно, що це тіло на поверхні Землі. Тобто Земля — це зручне для даного випадку умовно нерухоме тіло, яке й беруть за тіло відліку. Автомобіль рухається прямолінійним шосе, отже, у задачі слід використати одновимірну систему координат. Вісь координат доцільно напрямити вздовж прямої *AB*, а початок відліку сумістити з точкою *A*. Одиничний відрізок уже задано — 1 км. Також у задачі визначено одиницю часу (1 год) і момент початку відліку часу (момент, коли автомобіль виїхав із пункту *A*).

Розв'язуючи задачу, легко визначимо, що через 1 год автомобіль перебуватиме в точці, координата якої  $x = 50$  км. Також можна визначити положення автомобіля й у будь-який інший момент часу його руху з пункту *A* до пункту *B*, іншими словами — розв'язати основну задачу механіки.

#### 4 Які задачі розв'язує механіка в наш час

Механіка вивчає закони, яким підпорядковуються різні види рухів,— від руху планет і космічних кораблів до руху газу та нафти трубопроводами. Усе це дуже важливе для практичної діяльності

людей, тому механіка, що є найдавнішим розділом фізики, і нині інтенсивно розвивається. Наведемо кілька прикладів.

На початку минулого століття потужний імпульс розвитку механіки дала авіація: було потрібно визначити, якою має бути форма крила літака, щоб піднімальна сила літака була найбільшою, яким повинен бути корпус, щоб на надзвукових швидкостях опір його руху був найменшим, і т. д.

У середині ХХ ст. виникла низка задач, пов'язаних із космічними польотами, наприклад розрахунок траєкторії руху ракети.

З кінця ХХ ст. велику увагу приділяють механіці нелінійних коливань — коливань великої амплітуди (нелінійних коливань, наприклад, зазнає земна поверхня під час землетрусів у 6–7 балів за шкалою Ріхтера). Дослідженнями нелінійних коливань займалися українські фізики *М. М. Крилов, М. М. Боголюбов, Ю. О. Митропольський*.

Звичайно механіка розв'язує також інші важливі задачі.



### Підбиваємо підсумки

Механіка — наука про рух матеріальних тіл у мегасвіті й макросвіті та про взаємодії, що відбуваються при цьому між тілами.

Основна задача механіки — пізнати закони руху матеріальних тіл, взаємодій між ними й передбачити їхню поведінку на основі законів механіки.

Механічний рух — зміна з часом положення тіла або частин тіла у просторі відносно інших тіл. Найпростіші види руху — поступальний і обертальний. У ході поступального руху всі точки тіла рухаються по паралельних один одному відрізках прямих ліній. У ході обертального руху точки тіла рухаються по колах, центри яких розташовані на осі обертання тіла. На практиці тіло зазвичай здійснює обидва види рухів одночасно.

Будь-який рух відбувається як у просторі, так і в часі. Тіло відліку, пов'язана з ним система координат і прилад для відлічування часу утворюють систему відліку (СВ). Розв'язуючи будь-яку задачу про механічний рух, обов'язково слід обрати систему відліку.



### Контрольні запитання

1. Дайте означення механічного руху.
2. Наведіть приклади механічних рухів.
3. Який рух називають поступальним? обертальним? Наведіть приклади.
4. Що вивчає механіка?
5. У чому полягає основна задача механіки?
6. Що таке тіло відліку?
7. Що таке система координат?
8. Які види систем координат ви знаєте?
9. Наведіть приклад, коли використовують тривимірну систему координат; двовимірну; одновимірну.
10. Що таке система відліку? Навіщо в ній потрібен годинник?
11. Що означає обрати систему відліку?
12. Наведіть приклади задач, які розв'язує сучасна механіка.



### Вправа № 3

1. Чи є поступальним рух вашого рюкзака, коли ви піднімаєте його з підлоги і ставите (не обертаючи) на парту? коли ви розмахуєте ним, спускаючись сходами?

- Відносно якого тіла відліку розглядають рух, коли кажуть: а) швидкість течії річки 3 м/с; б) повз автомобіль пролітають придорожні стовпи; в) сонце вранці встає на сході, а ввечері сідає на заході; г) капелюх непорушно лежить на поверхні річки?
- Якою системою координат (одновимірною, двовимірною чи тривимірною) ви скористаєтесь, розглядаючи такі рухи: політ бджоли; катання на ковзанах; спуск із гори на лижах; падіння каменя; рух ліфта; біг на 60 м; гра у футбол?
- Дано точки з координатами: а)  $A(-10)$ ; б)  $B(100)$ ; в)  $C(-5; 6)$ ; г)  $D(0,3; 0,8)$ ; д)  $E(4; 6; 8)$ . Накресліть у зошиті відповідні системи координат і зобразіть на них зазначені точки.
- Уявіть, що вам електронною поштою призначили зустріч четверо друзів. Один написав: «Зустрінемося о 15.00 за 100 метрів від кав'ярні "Апельсин"»; другий: «Зустрінемося о 15.00 за 100 метрів від кав'ярні "Апельсин" у напрямку до найближчої станції метро»; третій: «Зустрінемося о 15.00»; четвертий: «Зустрінемося за 100 метрів від кав'ярні "Апельсин" у напрямку до найближчої станції метро». З ким із ваших друзів зустріч відбудеться напевно? Чому з іншими вона навряд чи відбудеться?



### Експериментальне завдання

«Створіть» у класній кімнаті декартову систему координат (за площину  $XOY$  візьміть площину підлоги, за площину  $YOZ$  — стіну, на якій висить класна дошка, за площину  $XOZ$  — стіну з вікнами). Визначте в цій системі координат розташування декількох тіл у класній кімнаті, наприклад вашого стільця, журналу на столі вчителя, ручки дверей тощо.

## ФІЗИКА ТА ТЕХНІКА В УКРАЇНІ



**Головна астрономічна обсерваторія НАН України (ГАО)** (Київ) — всесвітньо відома наукова установа, де здійснюють наукові дослідження з космічної геодинаміки, фізики Сонця й тіл Сонячної системи, еволюції зір і галактик, фізики космічної плазми та ін.

Вирішальне значення як для наукових спостережень, так і для практичного застосування має створення систем відліку в просторі та часі, наприклад систем GPS (Global Positioning System) чи ГЛОНАСС (глобальна навігаційна супутникова система). ГАО є провідним науковим центром з дослідження проблем координатно-часового забезпечення об'єктів науки й економіки України. Науковцями ГАО виконано цикл робіт із вивчення вільного та вимушеного рухів полюсів Землі, з визначення координат полюсів Землі за даними майже сторічних астрономічних спостережень. Цей ряд координат полюсів відомий серед науковців світу як «київський ряд».

За пропозицією директора ГАО, президента Української астрономічної асоціації акад. *Ярослава Степановича Яцьківа* (див. фото) установою були задіяні нові технічні засоби спостереження, що визначають параметри обертання Землі, нові підходи до побудови небесної та загальноземної систем координат. Під його керівництвом створено високоточні каталоги слабких зір і джерел космічного радіовипромінювання. Учений брав активну участь у підготовці та виконанні низки космічних програм (ВЕГА, СОПРОГ, ФОБОС, МАРС). За дослідження зміни орієнтації земної осі в тілі Землі та просторі його відзначено престижною міжнародною премією ім. Рене Декарта (2003 р.).

## § 6. МАТЕРІАЛЬНА ТОЧКА. ТРАЄКТОРІЯ РУХУ. ШЛЯХ. ПЕРЕМІЩЕННЯ



Будь-яке фізичне тіло складається з величезної кількості частинок. Наприклад, в  $1 \text{ см}^3$  заліза міститься понад  $10^{23}$  атомів Феруму. Порівняйте це число з кількістю людей на Землі —  $10^{10}$  (10 млрд) людей. Тобто число атомів в  $1 \text{ см}^3$  заліза в багато разів більше за кількість жителів Землі. А щоб визначити розташування тіла у просторі, суворо кажучи, потрібно визначити розташування кожної його точки. Тож розв'язати основну задачу механіки неможливо? Чи так це? І чи завжди для розгляду руху тіла є сенс розглядати рух кожної його точки?

1

**Чи завжди тіло можна вважати матеріальною точкою**

*Матеріальне тіло в механіці описують його розмірами, формою та масою.* Наприклад, планета Земля має форму кулі радіусом  $6400 \text{ км}$ , її маса становить приблизно  $6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ .

Виникає питання: чи завжди для опису руху тіла потрібно знати об'єм і форму цього тіла? Розглянемо поступальний рух якогось пробного тіла. У ході такого руху всі частини тіла рухаються однаково. Тому можна обрати одну, досить малу за розмірами частину пробного тіла й розглядати її як «представницю» всього тіла в його русі. Додамо до розташування цієї частини у просторі масу всього тіла й назовемо цю частину *матеріальною точкою*.

**Матеріальна точка** — це фізична модель, що застосовується для спрощення опису руху тіла й відповідає тілу, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати.

Сфера застосування моделі «матеріальна точка» обмежена. Так, розглядаючи рух потяга між залізничними станціями, потяг можна вважати матеріальною точкою. Але коли потяг зупиняється на станції, ця модель не працює, бо, наприклад, пасажири мають знати номери вагонів у потязі, тобто мусять брати до уваги його розміри. Якщо тіло здійснює обертальний рух і радіуси кіл, які описують усі точки тіла, набагато більші за розміри тіла, то цей рух теж можна описувати, вважаючи тіло матеріальною точкою. Наприклад, за допомогою моделі «матеріальна точка» можна описувати рух Землі навколо Сонця. При цьому описувати добове обертання Землі за допомогою цієї моделі, звичайно, не можна.

*Далі, якщо не буде спеціальних застережень, вважатимемо, що дане тіло є матеріальною точкою.*

2

**Що таке траєкторія руху матеріальної точки**

**Траєкторія** — уявна лінія, в кожній точці якої послідовно перебувала матеріальна точка під час руху в просторі.

Проведіть по класній дошці крейдою — слід, який вона залишить, і є траєкторією руху крейди. Іноді можна побачити траєкторію



Рис. 6.1. Інколи траєкторія руху тіла може бути видимою

руху літака (рис. 6.1). Ланцюжок слідів на чистому снігу допоможе відновити траєкторію руху людини або тварини, а залізничні рейки покажуть траєкторію руху потяга. Однак найчастіше траєкторія залишається невидимою для спостерігача.

Форма траєкторії руху тіла може бути довільною: дуга, парабола, пряма, ламана, яка-небудь складна лінія тощо. Ділянки траєкторії за формою діляться на *прямолінійні* та *криволінійні*. У першому випадку траєкторія руху тіла в даній СВ — пряма лінія, у другому — крива. Наведемо кілька прикладів.

Траєкторією руху Землі в Сонячній системі є її орбіта. Орбіта Землі плоска, практично не відрізняється від кола. Траєкторії руху штучних супутників Землі трохи складніші

й містять у собі дві ділянки: підняття супутника та орбіту його обернення. Остання теж плоска, але за формою являє собою еліпс.

Значно складніша траєкторія польоту на Місяць — вона складається з кількох частин. З поверхні Землі на навколосемну орбіту запускають космічний корабель. Частина космічного корабля (умовно — корабель *A*) залишається на навколосемній орбіті, а інша його частина (корабель *B*) стартує до Місяця. Поблизу Місяця корабель *B* затримується на навколomisячній орбіті. Від нього відокремлюється посадковий модуль, який і здійснює посадку на Місяць. Після виконання завдання посадковий модуль повертається на навколomisячну орбіту. Тут відбувається стикування модуля та корабля *B*, після чого корабель *B* стартує до Землі — на навколосемну орбіту. На навколосемній орбіті відбувається стикування кораблів *A* і *B* та здійснюється підготування до посадки на Землю. Завдяки всій цій процедурі досягають істотної економії палива. Траєкторію такого польоту на Місяць запропонував і обґрунтував український інженер *Юрій Васильович Кондратюк* (1897–1941), і на його честь її названо *трасою Кондратюка*.

Зверніть увагу: *траєкторія руху тіла залежить від того, відносно якого тіла відліку спостерігають за рухом* (рис. 6.2). Тому для опису руху тіла дуже важливо вибрати таку СВ, у якій траєкторія руху цього тіла якнайпростіша. Для наочності наведемо при-

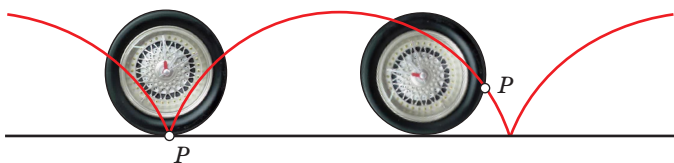


Рис. 6.2. Траєкторія точки *P* на ободі колеса автомобіля під час руху: відносно автомобіля це коло (червона лінія), відносно земної поверхні — циклоїда (синя лінія)

клад з історії. Давньогрецький учений *Клавдій Птолемей*, розглядаючи рух усіх небесних тіл і припускаючи, що в центрі Всесвіту розташована Земля (Гея), запропонував *геоцентричну СВ*, тобто СВ, пов'язану із Землею (рис. 6.3). Траєкторії руху планет у цій системі були настільки складними, що мало хто навіть із дуже освічених людей того часу міг їх уявити, а тим більше описати. Кілька століть по тому польський учений *Миколай Коперник* запропонував *геліоцентричну СВ*, узявши за тіло відліку Сонце (Геліос) (рис. 6.4). І картина будови Сонячної системи стала простою й доступною для розуміння.



**Рис. 6.3.** Геоцентрична система світобудови за Птолемеєм. Для пояснення руху планет Птолемей придумав «систему епіциклів». Планета «прикріплена» до невеликої «кришталеві» сфери, а та, у свою чергу, «прикріплена» до великої сфери, у центрі якої розташована Земля. Обидві сфери обертаються, причому кожна має свій період обертання. Спільне обертання сфер, за Птолемеєм, і пояснює незвичайні траєкторії планет

### 3 Чим шлях відрізняється від переміщення

З поняттям траєкторії руху тісно пов'язане поняття шляху.

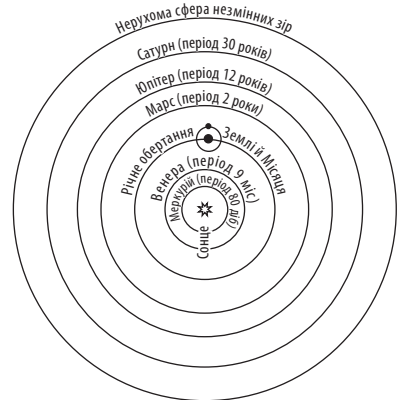
**Шлях  $l$**  — це фізична величина, що чисельно дорівнює довжині ділянки траєкторії, яка пройдена тілом за даний проміжок часу.

*Одиниця шляху в СІ — метр (м).*

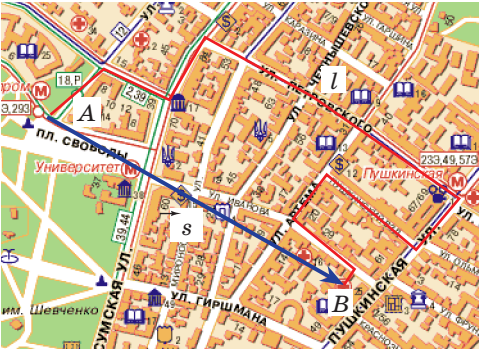
Шлях, пройдений тілом, дозволяє визначити положення тіла в певний момент часу тільки тоді, коли відома траєкторія руху тіла. У цьому випадку досить від початкового положення тіла вздовж траєкторії в напрямку руху відкласти пройдений шлях.

Однак що робити, якщо траєкторія руху невідома? Наприклад, вийшовши зі школи, учень пройшов за півгодини шлях, який дорівнює 2 км. У цьому випадку неможливо вказати, у якому місці учень перебуватиме через півгодини, адже він може обрати будь-який напрямок руху і будь-яку траєкторію. Інша річ, якщо відомо, що через півгодини учень опиниться на відстані 2 км на південь від школи. Тут йдеться вже про зовсім іншу фізичну величину, яка називається *переміщення*.

**Переміщення  $\vec{s}$**  — це вектор, напрямлений із точки, де перебувало тіло в момент початку відліку часу, у точку, де перебувало тіло в розглядуваний момент часу.



**Рис. 6.4.** Геліоцентрична система світобудови за Коперником. Згідно з Коперником, у центрі Всесвіту розташоване Сонце, а кожна планета обертається навколо Сонця по своїй коловій орбіті



**Рис. 6.5.** Переміщення  $\vec{s}$  (позначено синім кольором) показує, на яку відстань від початкового положення і в якому напрямку перемістилося тіло за даний проміжок часу. Точка  $A$  — початкове положення тіла, точка  $B$  — положення тіла через заданий проміжок часу;  $l$  — шлях, пройдений тілом (позначено червоним кольором)

Як і будь-який вектор, переміщення вважається заданим, якщо відомі *напрямок* і *модуль переміщення*.

Одиниця модуля переміщення в СІ — **метр** (м).

Вектор переміщення в загальному випадку не збігається з траєкторією руху тіла (рис. 6.5, 6.6, а, б), тому шлях  $l$ , пройдений тілом, не завжди дорівнює модулю переміщення  $\vec{s}$ :  $l \neq s$ . Шлях і модуль переміщення виявляються однаковими тільки в тому випадку, коли тіло рухається вздовж прямої в незмінному напрямку (рис. 6.6, в).

Зверніть увагу: у *будь-якому разі переміщення дорівнює зміні радіус-вектора*:

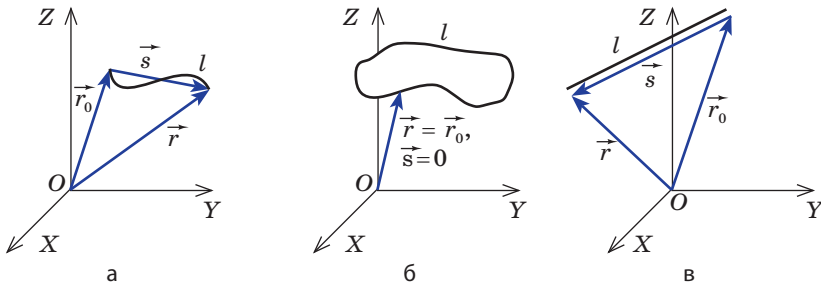
$$\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0,$$

**4 Для чого потрібно вміти знаходити проекцію переміщення**

Якщо переміщення тіла відоме, то радіус-вектор тіла в будь-який даний момент часу можна обчислити за формулою:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}.$$

Таким чином, можна визначити положення тіла в будь-який момент часу, тобто розв'язати основну задачу механіки. Однак за формулами, записаними у векторному вигляді, здійснювати обчислення доволі складно, адже в цьому випадку постійно доводиться враховувати напрямки векторів. Тому для розв'язування задач векторне рівняння переписують для проекцій векторів.



**Рис. 6.6.** Шлях  $l$  і модуль переміщення  $s$  тіла: а — траєкторією руху є крива лінія ( $l > s$ ); б — траєкторією руху є замкнена лінія ( $l \neq 0, s = 0$ ); в — траєкторією руху є пряма лінія; напрямку руху незмінний ( $l = s$ ). У будь-якому разі  $\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0$



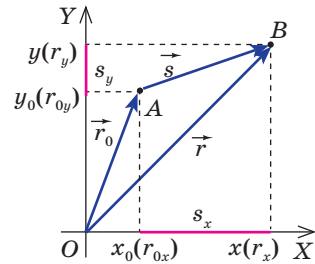
Припустимо, що тіло переміщується в одній площині з точки  $A$ , положення якої задане радіус-вектором  $\vec{r}_0$  (або координатами  $x_0, y_0$ ), у точку  $B$ , положення якої задане радіус-вектором  $\vec{r}$  (або координатами  $x, y$ ) (рис. 6.7). Тоді рівняння  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{s}$  можна переписати у вигляді:

$$r_x = r_{0x} + s_x; \quad r_y = r_{0y} + s_y,$$

де  $s_x$  і  $s_y$  — проекції вектора переміщення\* на осі  $OX$  і  $OY$  відповідно.

Оскільки  $r_x = x$ ;  $r_{0x} = x_0$ ;  $r_y = y$ ;  $r_{0y} = y_0$ , то маємо рівняння координат, якими й будемо користуватися для розв'язування задач:

$$x = x_0 + s_x; \quad y = y_0 + s_y.$$



**Рис. 6.7.** Взаємозв'язок векторного і координатного методів знаходження положення тіла у просторі

### ! Підбиваємо підсумки

Матеріальна точка — це фізична модель, що застосовується для спрощення опису руху тіла і відповідає тілу, розмірами якого за умов задачі можна знехтувати. Матеріальна точка описується координатами у просторі та масою, що збігається з масою тіла.

Лінія руху матеріальної точки у просторі називається траєкторією її руху. Ділянки траєкторії за формою поділяються на прямолінійні і криволінійні. Траєкторія руху однієї й тієї самої матеріальної точки залежить від того, відносно якого тіла відліку розглядається рух.

Шлях  $l$  — це фізична величина, що чисельно дорівнює довжині ділянки траєкторії, яка пройдена матеріальною точкою за даний проміжок часу.

Переміщення  $\vec{s}$  — це вектор, напрямлений із точки, де перебувала матеріальна точка в момент початку відліку часу, у точку, де перебувала матеріальна точка в розглядуваний момент часу.

У загальному випадку  $l \neq s$ . Одиниця шляху й одиниця переміщення в СІ — метр (м).

Положення (координати) матеріальної точки в будь-який момент часу можна обчислити, скориставшись співвідношеннями:  $x = x_0 + s_x$ ;  $y = y_0 + s_y$ , де  $x_0, y_0$  — координати точки в момент початку відліку часу;  $x, y$  — координати точки в обумовлений у задачі момент часу;  $s_x, s_y$  — проекції вектора переміщення на відповідні осі координат.

\* У загальному випадку проекцію переміщення знаходять звичайними математичними методами (див. § 4).

**Контрольні запитання**

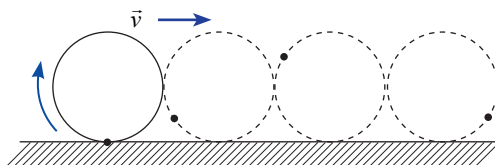
**1.** Що називають матеріальною точкою? **2.** У яких випадках тіло, що рухається, можна розглядати як матеріальну точку? **3.** Дайте означення траєкторії руху тіла. Чи залежить траєкторія руху тіла від вибору СВ? Наведіть приклади. **4.** Що таке шлях? У яких одиницях його вимірюють? **5.** Чому, знаючи шлях, не завжди можна визначити положення тіла? **6.** Дайте означення переміщення. **7.** Коли модуль переміщення дорівнює пройденому шляху? **8.** Запишіть формули для визначення положення тіла у просторі у векторному вигляді; через проекції.

**Вправа № 4**

- Поясніть, у яких випадках можна вважати матеріальною точкою такі тіла: а) автомобіль; б) ракету; в) Землю; г) людину.
- Вертоліт підіймається вертикально. Зобразіть траєкторію руху точки, розташованої на лопаті гвинта, відносно пілота; відносно Землі.
- Футболіст пробігає за матч близько 10 км. Що означає це число — шлях чи модуль переміщення? Яким може виявитися мінімальний модуль переміщення футболіста за матч?
- Чи є шлях і переміщення величинами відносними (чи залежать вони від вибору системи координат)?
- З яким тілом потрібно пов'язати СВ, щоб ваші шлях і переміщення в будь-який момент часу дорівнювали нулю?
- М'яч, кинутий вертикально вгору, піднявся на висоту 5 м і впав на те саме місце, з якого був кинутий. Визначте шлях і модуль переміщення м'яча.
- Автомобіль рухається на повороті дороги, який являє собою половину дуги кола радіусом 20 м. Визначте шлях і модуль переміщення автомобіля під час повороту.
- У початковий момент часу тіло перебувало в точці з координатами  $x_0 = 4$  м,  $y_0 = -3$  м. Через певний проміжок часу тіло перемістилося в точку з координатами  $x = -4$  м,  $y = 3$  м. Накресліть вектор переміщення та знайдіть його проекції на осі координат. Визначте модуль переміщення. Чи можна, використовуючи дані задачі, визначити шлях, пройдений тілом?

**Експериментальне завдання**

Зробіть невеликий паперовий круг — «колесо», на «ободі» якого позначте точку. Потім на аркуші накресліть пряму й покладіть колесо так, щоб воно торкалося прямої. Перекочуючи «колесо» вздовж лінії, позначайте на папері положення точки (див. рисунок). Сполучіть одержані позначки — це й буде траєкторія руху заданої точки відносно поверхні Землі. Побудуйте траєкторію руху цієї ж точки відносно осі обертання «колеса».



Позначте інші точки, зробивши в «колесі» 2–3 отвори. Побудуйте траєкторії руху цих точок відносно поверхні Землі та відносно осі обертання «колеса».